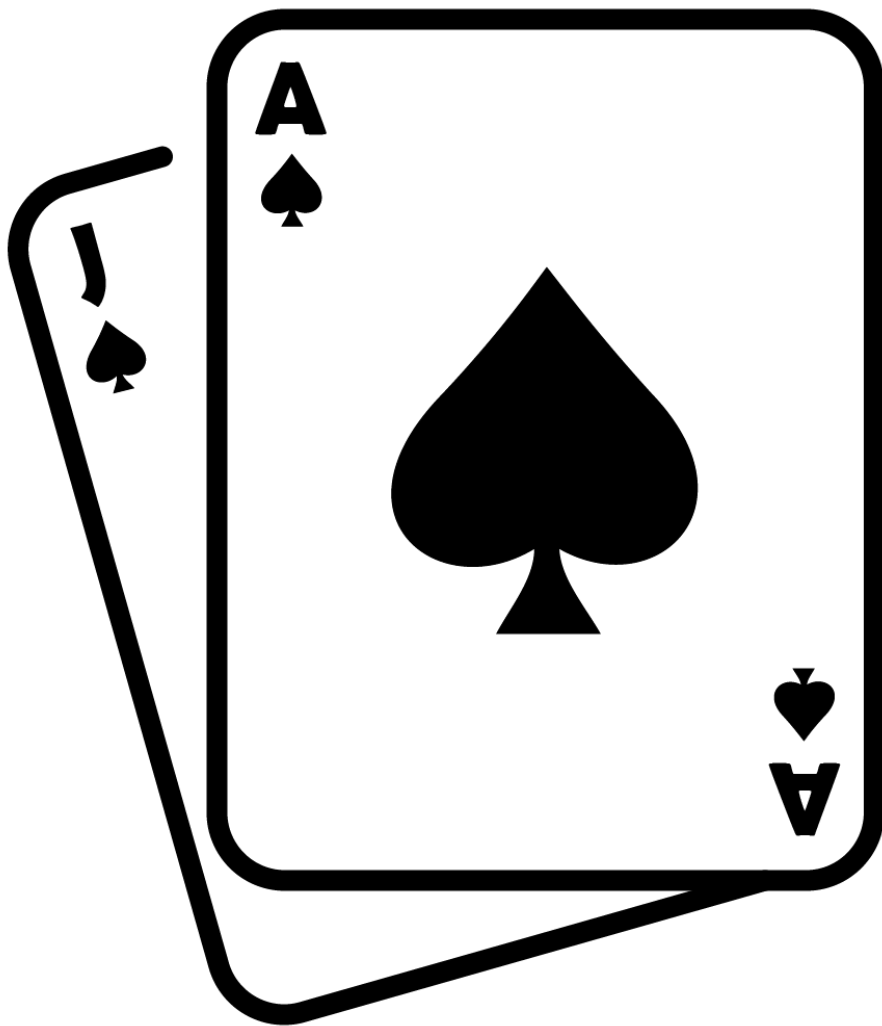


# Blackjack strategie-analyse



*Profielwerkstuk  
Paco Koers & Lukas Dobbelsteen  
12 februari 2019*

# Inhoudsopgave

<b>Inhoudsopgave</b>	<b>1</b>
<b>Introductie</b>	<b>2</b>
Geschiedenis	2
Tegenwoordig	2
<b>Probleemstelling</b>	<b>3</b>
<b>Regels van blackjack</b>	<b>4</b>
Spelverloop	4
Vaktermen	6
Verschillen tussen casino's	6
Extra regel	7
<b>Kansrekening</b>	<b>8</b>
Theory of Blackjack	8
De gebruikte regels	8
Principes van de Kansrekening	8
Dealer kansrekening	9
Speler kansrekening	9
Insurance	11
<b>Simulaties</b>	<b>12</b>
Het programma	12
Interpreteren van resultaten	14
Werking van het programma	15
<b>Resultaten</b>	<b>16</b>
Resultaat Excel	16
Resultaat Python optimale strategie	17
Resultaat Python optimale regels	19
Verklaring voor variatie in resultaten	21
<b>Conclusie</b>	<b>22</b>
Optimale strategie	22
Optimale regels	24
<b>Mogelijkheden voor vervolgonderzoek</b>	<b>25</b>
<b>Bijlagen</b>	<b>26</b>
<b>Bronvermelding</b>	<b>27</b>
<b>Zelfreflectie</b>	<b>28</b>
Paco	28
Lukas	28

# Introductie

Blackjack is een kaartspel dat zijn opmars vond in Noord-Amerika. Daar is het gigantisch populair in casino's zoals die in Las Vegas. Het doel van het spel is om dichterbij een kaartwaarde van 21 te komen dan de tegenstander, maar er niet overheen te gaan.

## Geschiedenis

Blackjack komt van oorsprong uit het spel een-en-twintigen, waarvan de origine niet helemaal bekend is. De voornaamste theorie van de oorsprong is dat het ontstaan is in het begin van de 18e eeuw in Frankrijk onder de naam *Vingt-et-Un*, wat natuurlijk eenentwintig betekent (Wintle, A., 2010). Een andere theorie is dat het ontstaan te vinden is in Spanje, waar de oudste geschreven verwijzing naar een voorganger van blackjack is gevonden. De Spaanse schrijver Miguel de Cervantes, ook wel bekend van zijn roman met de hoofdpersoon *Don Quichot*, verwees al in 1570 naar een variant genaamd 'Trente-un'. Bij dit spel was het doel juist om een waarde van 31 te krijgen. (Ofon, L., n.d.) Franse kolonisten brachten het later naar Noord-Amerika waar het razend populair werd. Wat bijdroeg aan de populariteit was de nieuwe 'blackjack' regel bij sommige casino's, waar je 10x je inzet ontving als je een schoppen aas en een zwarte boer had (Wintle, A., 2010). Dit is waar de naam van stamt, maar deze regel werd al snel ingetrokken. Tegenwoordig bestaat een blackjack uit een aas en een 10 kaart, ongeacht de soort.

## Tegenwoordig

Het spel heeft zich dus door de eeuwen heen ontwikkeld. Vooral in de 20ste eeuw groeide het door legalisatie van blackjack door verschillende Amerikaanse staten. Sindsdien is het spel alleen maar doorgroeid en samen met slots en roulette behoort blackjack tot de populairste gokspellen in casino's wereldwijd. Dit is echter geen toeval. Onder optimale omstandigheden heeft blackjack namelijk de laagste theoretische 'house edge' (Shackleford, M., 2018). De house edge is het percentage van de inzet die het huis gemiddeld van je wint. Dit percentage ligt normaal gesproken boven 0, zodat het casino gemiddeld altijd wint. Bij blackjack verlies je dus theoretisch het minste geld. Er zijn in het verleden pogingen gedaan om blackjack te verslaan en de house edge negatief te maken. Dit wordt gedaan door middel van het opstellen van optimale strategieën en het bijhouden van de kaarten die uit het spel zijn, om te voorspellen op welke kaarten je de grootste kans hebt.

# Probleemstelling

Het doel van dit profielwerkstuk is om met behulp van kansrekening de optimale strategie tijdens het spelen van het gokspel blackjack te bepalen. De huidige overtuiging in de blackjack wereld is dat dit de 'basic strategy' is, echter ligt aan deze bewering geen centraal bewijs ten grondslag. Door middel van kansrekening zal de optimale strategie bepaald worden en deze zal getest worden door miljoenen blackjack spellen te simuleren aan de hand van deze strategie. Ten slotte zal de 'basic strategy' door deze simulator gehaald worden en zal het resultaat vergeleken worden met die van onze strategie om te bepalen of de 'basic strategy' wel degelijk de optimale is. Ook zullen de optimale huisregels bepaald worden met de simulator.

Onze onderzoeksvragen luiden dus als volgt:

1. Wat is de optimale strategie die een speler kan gebruiken om zoveel mogelijk geld te verdienen/ zo weinig mogelijk geld te verliezen in blackjack?
2. In welke mate verschilt deze strategie van de 'basic strategy', letterlijk en in resultaat?
3. Hoe groot is het gemiddelde verlies/winst bij het gebruik van deze strategie?
4. Wat zijn de beste huisregels voor de speler?

# Regels van blackjack

Om blackjack te kunnen analyseren moeten eerst de basisregels bekend zijn. Blackjack wordt, in tegenstelling tot poker, niet tegen elkaar gespeeld; een speler speelt 1-op-1 tegen het huis. Aan een blackjacketafel staan normaal gesproken weliswaar 1 tot 7 spelers, maar iedere speler speelt individueel tegen het huis.

## Spelverloop

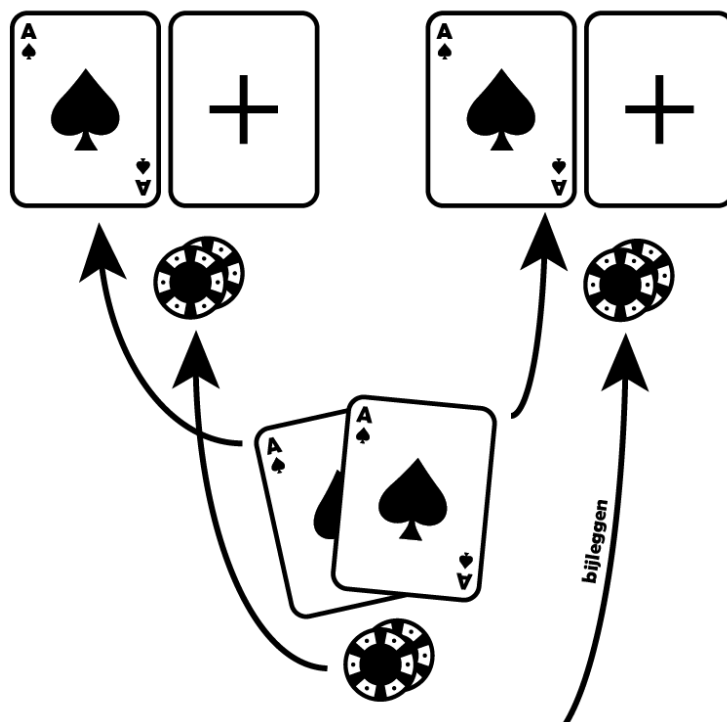
Aan het begin van een spel, een 'hand', geeft de dealer, die het huis representeert, iedere speler en zichzelf twee kaarten. Hij doet dit door eerst iedereen één kaart te geven en dit daarna te herhalen. De eerste kaart die de dealer ontvangt ligt open en de ander ligt dicht. De kaarten van de spelers liggen beiden open, aangezien de spelers toch niet tegen elkaar spelen en de dealer vaste zetten heeft, en zijn zetten dus niet aanpast op de kaarten van de spelers. De logica achter de zetten van de dealer bespreken we verderop.

Alle kaarten hebben een bepaalde waarde. De kaarten van 2 tot 10 hebben hun eigen waarde. Boeren (jacks), koninginnen (queens) en koningen (kings) hebben allemaal een waarde van 10 en zijn in blackjack qua functie niets anders dan een 10-kaart. Een aas (ace) heeft een waarde van 1 of 11, afhankelijk van de keuze van de speler. Jokers spelen niet mee. Ook maakt de kleur of soort van een kaart niet uit.

Als je na het delen van de eerste twee kaarten een totale waarde van 21 hebt (een 10 + een aas), dan heb je een blackjack. Als je een blackjack hebt dan krijg je 1,5x je inzet, tenzij de dealer ook een blackjack heeft. Een blackjack wint van een 'normale' 21. Dit is een hand met een waarde van 21 die uit meer dan twee kaarten bestaat.

Als de speler geen blackjack heeft, kiest deze welke zet hij uit wilt voeren. De mogelijke acties zijn 'hit', 'stand', 'double-down' en 'split'. In sommige casino's kan je ook 'surrenderen', meer hierover onder het kopje 'Verschillen tussen casino's'. De laatste optie is afhankelijk van de kaarten van de speler. De speler kan meerdere acties achter elkaar uitvoeren, totdat de speler stand. Dit betekent dat de speler tevreden is met zijn kaarten, zijn 'hand', en besluit niet verder te gaan. Hit betekent om om een extra kaart te vragen, het doel van de speler is immers om zo dicht mogelijk bij de 21 te komen. Double-down betekent dat de speler zijn inzet verdubbelt en nog maar één kaart ontvangt. De speler legt een tweede inzet bij, gelijk aan de originele inzet, en ontvangt nog één kaart. Hierna mag de speler geen acties meer uitvoeren en is zijn beurt voorbij.

De optie om te splitten is er alleen als de speler twee kaarten met dezelfde waarde heeft. Hierbij wordt iedere kaart gemaakt tot een eigen hand en wordt er aan iedere kaart nog een kaart toegevoegd. Ook legt de speler bij de nieuwe hand een inzet neer, gelijk aan de originele inzet. Op de volgende bladzijde staat een illustratie ter verduidelijking.



➤ *Proces van splitten voor een hand met twee azen*

Splitten mag met twee kaarten met dezelfde waarde en dus ook met bijvoorbeeld een 10 en een jack. Sommige casino's vereisen dat de kaarten van dezelfde soort zijn, maar het splitten van twee kaarten met een waarde van 10 is meestal überhaupt geen goed idee. Splitten kan alleen met een hand die twee kaarten bevat.

Nadat alle spelers hun beurt hebben voltooid, is de dealer aan de beurt. Deze legt zijn verborgen kaart open en legt vervolgens, afhankelijk van zijn kaarten, wel of niet kaarten bij. De dealer heeft per casino een vaste strategie en maakt zelf dus geen keuzes. Als de opgetelde waarde van de kaarten van de dealer minder dan 17 bedraagt, pakt deze er nog een kaart bij. Als de waarde 17 bedraagt met een aas die nog als 11 telt, heet dit een 'soft' 17. Dan zal de dealer in de meeste casino's alsnog hitten. Een hand die 'soft' is, is een hand die een aas heeft met een waarde van 11. De waarde is als het ware 'zacht', omdat deze ingedrukt kan worden tot een waarde van 10 minder, omdat de aas 11 of 1 kan zijn. Een soft 17 heeft dus een waarde van 7 óf 17. Een andere aanduiding voor een hand is dat deze 'hard' is. Dit is wanneer er geen aas in de hand is, of wanneer er een aas is die als 1 moet tellen om onder de 21 te blijven. Een hand van bijvoorbeeld een vijf, een aas en een zes is dus hard, omdat er geen keuze is voor wat de aas is.

## Vaktermen

Zoals duidelijk is zullen we in dit profielwerkstuk voornamelijk vaktermen gebruiken. We hanteren hierin de volgende definities:

- Een verwijzing naar een '10'-kaart betekent dat het een 10, jack, queen of king betreft. Deze kaarten zijn in blackjack qua functie namelijk niet te onderscheiden.
- Een blackjack is een beginhand van een aas en een 10. Als je na het splitten van azen een 10 ontvangt, is dit geen echte blackjack en krijg je bij winst slechts eenmaal je inzet uitbetaald, niet 1,5x je inzet zoals gewoonlijk bij een blackjack. ("The Rules Behind Splitting Aces", n.d.)
- Een 'soft' hand is een hand die twee waarden kan aannemen, omdat deze een aas heeft die een 1 én een 11 kan zijn zonder een waarde van 21 te overschrijden.
- Een 'hard' hand is een hand die maar één waarde aan kan nemen. Als een aas in een hand een geforceerde waarde van 1 heeft, is de hand ook hard. Dit is bijvoorbeeld het geval bij een hand van een vijf, een aas en een zes.
- Een 'bust' heb je wanneer de waarde van je hand over 21 gaat. Dit betekent dat je verloren hebt ongeacht de kaarten van de dealer. De dealer kan ook busten, maar als de speler al gebust heeft, wint de dealer vooralsnog.
- Een 'push' is gelijkspel, oftewel de dealer en de speler hebben dezelfde opgetelde kaartwaarde. Als de speler én de dealer een blackjack hebben geldt ook een push.
- De 'upcard' is de kaart van de dealer die naar boven gericht en dus voor iedereen te zien is.
- Met 'doublen' wordt de zet 'double-down' bedoeld.
- De 'house edge' is het voordeel dat het 'huis', oftewel de casino, op de speler heeft. Dit is uitgedrukt in het percentage dat de speler gemiddeld verliest aan het casino.

## Verschillen tussen casino's

Zoals in het kopje 'Spelverloop' staat, zijn er een aantal regels in blackjack die niet universeel zijn tussen casino's. In sommige casino's zijn er zelfs andere regels tussen verschillende tafels. De reden dat regels soms verschillen is dat casino's proberen hun winst te maximaliseren door de regels in hun voordeel te richten of proberen zich meer aan de traditionele regels te houden.

Het belangrijkste regelverschil is het wel of niet hitten van een soft 17 door de dealer. Als een dealer moet hitten op soft 17 is de kans dat hij bust groter, maar de kans dat hij wint ook. Dit is waarom casino's soms verschillen, maar de algemene regel is dat het huis wel hit op soft 17. In Nederland hitten dealers echter niet op soft 17.

Een regel die per tafel kan verschillen is de hoeveelheid kaarten waarmee het spel wordt gespeeld. Dit wordt uitgedrukt in het aantal stokken, 'decks', en verschilt tussen de 2 en 8 'decks'. Een volledig deck, bestaande uit meer decks, wordt overnieuw geschud wanneer een bepaald aantal kaarten uit het spel is. Dit wordt uitgedrukt in een percentage dat vaak rond de 75% ligt.

Een niet veelgebruikte optie tijdens het spel is de beginzet 'surrender'. Als een speler ontevreden is met zijn kaarten, kan deze surrenderen. Hierop krijgt de speler de helft van de inzet terug. Deze zet wordt óf niet aangeboden óf komt in de vorm van 'late surrender' of 'early surrender'. Bij late surrender krijgt de speler alleen de helft van de inzet terug als de dealer geen blackjack heeft, als dit wel zo is verliest de speler heel zijn inzet. Bij early surrender krijgt de speler altijd de helft van de inzet terug, maar deze regel komt zeer weinig voor. (Shackleford, M., 2018)

Een andere ongewone, of meer onbekende, regel is die van 'insurance'. Dit is een optie die wordt aangeboden wanneer de dealer een aas als upcard heeft. De kans dat de dealer dan een blackjack heeft, is redelijk groot. Bij deze optie kan de speler een losse extra inzet bijleggen met een maximale waarde van de helft van de originele inzet. Met insurance beschermt een speler zich tegen een blackjack van de dealer, omdat deze 2x zijn insurance inzet ontvangt mocht de dealer een blackjack hebben. Als dit gebeurt verliest de speler zijn originele inzet, maar ontvangt dus 2x de insurance inzet, waardoor de speler quitte speelt als deze maximaal heeft insured.

Ten slotte kan het bij het splitten soms voorkomen dat door de bijgevoegde kaart één of meer van de handen weer een pair is. Hierop kan de speler deze hand weer splitten. Verschillende casino's hebben verschillende regels over hoe vaak deze handeling, genaamd 'resplitten', mag worden gedaan. Doorgaans mag de speler 3 keer splitten en dus een maximaal aantal hands van 4 hebben (3 keer splitten resulteert in 4 nieuwe losse hands). Ook is het in sommige casino's niet toegestaan om een hand te doubelen na het splitten, echter is de algemene regel dat dit wel is toegestaan.

### **Extra regel**

Na het splitten van azen ontvangt de speler bij iedere van de twee nieuwe handen nog één kaart en dan is zijn beurt voorbij. De speler mag dan geen zetten meer doen op die hand, zelfs als er weer een paar van azen ontstaat.



# Kansrekening

## Theory of Blackjack

Een van de andere mensen die heeft geprobeerd Blackjack te analyseren om de 'Basic Strategy' te bepalen was Peter A. Griffin. Deze Griffin heeft hier ook een boek over geschreven, "The Theory of Blackjack" genaamd. Voordat we zelf waren begonnen met kansrekenen, hebben we eerst (delen van) dit boek gelezen om te kijken hoe hij het had aangepakt. Daarna hebben we zelf in Excel een bestand gemaakt waarmee men de optimale strategie kan bepalen bij elke mogelijke combinatie van kaarten.

## De gebruikte regels

In blackjack bestaan er veel variaties in regels en bij elke variatie is de optimale basic strategy net iets anders. Daarom zullen we nu duidelijk maken voor welke variatie wij de optimale basic strategy zullen berekenen.

- Wij gaan ervan uit dat de casino's soft 17 hitten.
- Wij gaan ervan uit dat je na splitten mag doubelen.
- Wij gaan ervan uit dat het casino werkt met late surrender
- We gaan ervan uit dat er 6 decks gebruikt worden in het spel

## Principes van de Kansrekening

Voordat we verdergaan met het beschrijven van de kansrekening die we zelf hebben gedaan willen we eerst een paar principes van de kansrekening toelichten die we veelvuldig hebben gebruikt. Het gaat er bij deze vorm van kansrekening om dat je voor elke mogelijke uitkomst de kans berekent dat deze uitkomst wordt vervuld. De kans dat één specifieke uitkomst wordt vervuld is te berekenen door het delen van het aantal situaties waarin die uitkomst wordt vervuld door het totale aantal situaties. Voor blackjack (en andere kaartspellen) betekent dit dat de kans ( $P$ , voor het Engelse probability) om een kaart met een bepaalde waarde te trekken als volgt te berekenen is:

$$P = \frac{\text{Aantal kaarten met een bepaalde waarde}}{\text{Totaal aantal kaarten}}$$

De kans om twee kaarten van bepaalde soorten achter elkaar te trekken ( $P_{12}$ ) is te berekenen om de kans om de eerste kaart ( $P_1$ ) te trekken te vermenigvuldigen met de kans om de tweede kaart te pakken ( $P_2$ ):

$$P_{12} = P_1 \times P_2$$

Deze formules zijn in bijlage 2a en 2b enkele tienduizenden malen toegepast.

## Dealer kansrekening

Bij blackjack draait het in principe om twee gegevens, de totale waarde van de dealers hand en de totale waarde van de spelers hand. Van deze twee is de waarde van de dealers hand het makkelijkst te berekenen aangezien de dealer maar twee opties heeft, hitten en standen. Bovendien heeft de dealer van een casino altijd een vaste strategie die afhangt van het casino waar deze werkt. Bij de strategie die wij bepaald hebben zijn we ervan uitgegaan dat de dealer doorgaat met hitten totdat hij een totale harde waarde van de kaarten heeft van 17 of hoger of totdat hij een totale softe waarde heeft van 18 of hoger. In het Excel-bestand in bijlage 2 staat onder de kopjes T, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 en A alle mogelijke combinaties van onbekende kaarten die een dealer uiteindelijk kan hebben bij een bepaalde upcard op een rijtje met daarnaast de totale waarde van deze kaartencombinatie en de kans op deze uitkomst. Deze kans is berekend volgens de eerder genoemde principes van de kansrekening. Op deze manier kan je door al deze kansen bij elkaar op te tellen de totale kans berekenen dat de dealer op een bepaalde waarde eindigt. Deze kans staat vast aangezien de dealer een vaste strategie heeft. Als speler wil je zo'n groot mogelijke kans hebben om boven de dealers totale waarde van zijn kaarten uit te komen. Daarom kan je op de totale kans dat de dealer op een bepaalde waarde eindigt de spelers strategie baseren.

## Speler kansrekening

Aangezien de speler nog geen vaste strategie heeft, die moeten we nog bepalen, moet je voor de speler letterlijk elke mogelijke actie bij elke mogelijke waarde (soft of hard) van de kaarten berekenen. Bij het berekenen van de spelers optimale strategie is de 'payoff' van een actie het belangrijkste. De payoff bij een bepaalde actie is de gemiddelde winst als je deze actie doet en 1€ inzet. De payoff is bij de actie standen het makkelijkst te berekenen met deze formule:

*Payoff = kans dat de speler een hogere waarde heeft – de kans dat de dealer een hogere waarde heeft*

Ook de payoff van de actie surrender is vrij makkelijk te berekenen als het spel gespeeld wordt met late surrender. Er zijn namelijk 2 verschillende payoffs die mogelijk voor kunnen komen. Als je surrendert en de dealer heeft geen blackjack dan verlies je helft van je inzet (payoff = -0,5), als je surrendert en de dealer heeft wel een blackjack dan verlies je 1x je inzet (payoff = -1). De gemiddelde payoff bij surrenderen is dus

*Payoff = -0,5 \* kans dat de dealer geen blackjack heeft – 1 \* kans dat de dealer blackjack heeft*

Deze berekening is alleen van belang bij een dealer upcard van een tien of aas, alleen bij deze kaarten kan de dealer een blackjack hebben.

Als je hit of doublet dan krijg je een nieuwe kaart en verandert de totale waarde van je kaarten. Bij deze nieuwe kaartenwaarde hoort een ook een nieuwe gemiddelde payoff. Als je de gemiddelde payoff van de actie hitten of doubleren wilt bepalen moet de payoff bij elke mogelijke gepakte kaart berekenen en van deze payoffs het gewogen gemiddelde berekenen. Om de payoff bij hitten en doubleren te berekenen

bij een bepaalde combinatie van kaarten heb je dus de gemiddelde payoffs nodig van de kaartencombinaties die uit de oude kaartencombinatie kunnen voorkomen. Dit betekent dat je bij het berekenen van de payoff bij hitten van hoog naar laag moet werken. Je begint met het berekenen van de payoff van een harde 21 en dan gebruik je deze payoff bij alle kaartenwaardes die bij het trekken van een kaart op een harde waarde van 21 kunnen uitkomen.

Het berekenen van de speler zijn strategie hebben we anders aangepakt dan het berekenen van de dealer zijn kansen doordat we tussen de verschillende bladen verwijzen. Als je bij een harde 16 hit en een 2 pakt verwijst de payoff van het trekken van een 2 naar de maximale payoff bij een harde 18.

Voor het berekenen van de strategie betekent deze manier van werken echter wel dat we het trekken van een kaart moeten simuleren om precies de juiste payoff te kunnen berekenen. Als er bijvoorbeeld een 2 uit het spel gaat dan verandert de payoffs van standen volledig. Dit simuleren hebben we gedaan door code te schrijven in de programmeertaal van Visual BASIC dat geïntegreerd is in Excel. Dit simuleren zorgt ervoor dat de strategie perfect wordt bepaald maar het heeft wel een groot nadeel; het duurt ongelooflijk lang. Daarom hebben we ook een Excel-bestand, 'de goede gok' genaamd, dat geen rekening houdt met het verdwijnen van kaarten uit het spel. Deze is enigszins minder accuraat, maar is wel aanzienlijk sneller.

## **Gebruik Excel-bestand**

Alle uitkomsten en variabelen kan je in het blad Speler vinden. Bovenaan kan je het aantal decks en kaarten die uit het spel zijn aanpassen. Daaronder kan je de hands invoeren die in het spel voorkwamen. Helemaal onderaan staan tabellen waarin de juiste strategie af te lezen is. Voordat je dit doet moet je eerst op de juiste knop drukken om zeker te zijn dat het nog steeds de juiste strategie is. Als de waarde van je kaarten bijvoorbeeld 16 (hard) is, moet je op de knop berekenen hard16 drukken. Je kan ook in het Excel-bestand 'de goede gok' op de knop bereken alles drukken.

<b>Legenda bij Exceltabel</b>	
<i>teken</i>	<i>bijbehorende zet</i>
S	standen
H	hitten
Ds	double-down wanneer mogelijk, anders standen
Dh	double-down wanneer mogelijk, anders hitten
Sr/S	Surrender wanneer mogelijk, anders standen
Sr/H	Surrender wanneer mogelijk, anders hitten
Sr/Sp	Surrender wanneer mogelijk, anders splitten
Sp	splitten
niet Sp	niet splitten

Als de strategie niet splitten is moet je bij de juiste kaartenwaarde kijken wat de strategie dan wel is. Als je bijvoorbeeld niet moet splitten bij dubbel 4 tegen een Aas als dealer upcard moet je in de tabel kijken bij een kaartenwaarde van hard 8 tegen een dealer upcard A.

## Insurance

Insurance is een optie voor de speler die vrijwel helemaal los staat van de andere beslissingen die een speler moet maken. Als de dealer een aas heeft kan de speler zich tot maximaal de helft van de originele verzekeren. Als de dealer geen blackjack heeft dan verliest de speler deze extra inzet. Als de dealer wel een blackjack heeft dan verdient de speler 2x de waarde van de extra inzet. De gemiddelde payoff van insurance is dus te berekenen volgens de volgende formule

$$\text{gemiddelde payoff} = 2 * \text{kans dat de dealer een blackjack heeft} - 1 * \text{de kans dat de dealer geen blackjack heeft}$$

Aangezien insurance alleen beschikbaar is als de dealer upcard een aas is, moet de dealer alleen nog maar een 10 pakken om een blackjack te krijgen. Dit betekent dat de kans dat de dealer een blackjack heeft te berekenen is volgens de volgende formule:

$$\text{kans dat de dealer een blackjack heeft} = \frac{\text{Aantal tien in het deck}}{\text{totaal aantal kaarten in het deck}}$$

Hieruit volgt ook

$$\text{kans dat de dealer geen blackjack heeft} = 1 - \frac{\text{aantal tien in het deck}}{\text{totaal aantal kaarten in het deck}}$$

Als je alle formules samenvoegt krijg je

$$\text{gemiddelde payoff} = 2 * \frac{\text{aantal tien in het deck}}{\text{totaal aantal kaarten in het deck}} - 1 * \left(1 - \frac{\text{aantal tien in het deck}}{\text{totaal aantal kaarten in het deck}}\right)$$

Uit deze formule is af te leiden dat als een derde van de overgebleven kaarten in het spel een 10 is, de gemiddelde payoff 0 procent is. Een volledig gevuld deck bestaat voor minder dan een derde uit tien en daarom is de basic strategy wat insurance betreft; niet doen. Als je goed bijhoudt hoeveel tien er nog in het spel zitten en hoeveel kaarten er nog in totaal in het spel zitten, kan je met 100% zekerheid bepalen of je wel of niet moet verzekeren. Om de optie insurance goed te kunnen gebruiken moet je dus kaarten kunnen tellen, oftewel "card counten". In het Excel-bestand staat in cel H2 de gemiddelde payoff van verzekeren. Als deze positief is moet je je maximaal verzekeren, anders helemaal niet. Het universele advies is dus; niet doen.

# Simulaties

Om de blackjack strategieën die resulteren uit het Excel bestand te testen op grote schaal hebben we een Python programma ontwikkeld dat met de rekenkracht van computers tienduizenden blackjack spellen per seconde kan simuleren. Het programma simuleert een spel door, net als in een echt blackjack spel, willekeurig kaarten te delen en de reactie van de speler en de dealer op deze kaarten te simuleren.

## Het programma

De reactie van de dealer is te 'voorspellen'; de dealer heeft vaste handelingen zoals al eerder besproken. Deze hit namelijk met een handwaarde onder 16 en een soft 17, afhankelijk van de regels van het casino. De handelingen van de speler zijn echter veel complexer. Deze heeft namelijk vrije keuze in zijn handelingen en heeft meerdere opties voor zetten, terwijl de dealer slechts kan hitten en standen. De strategie van een speler kan worden uitgedrukt in een tabel en de handeling die een speler uitvoert in een bepaalde situatie kan hieruit uitgelezen worden.

Hard		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	19	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	18	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	Srs
	16	S	S	S	S	S	H	H	Srh	Srh	Srh
	15	S	S	S	S	S	H	H	H	Srh	Srh
	14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
	13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
	12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
	11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh
	10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
	9	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
	7	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
	6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
	5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	

Soft		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S
	11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
	11+6	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+4	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+3	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+2	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H

Pair		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	AA	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
	1010	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	99	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
	88	P	P	P	P	P	P	P	P	P	Srp
	77	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
	66	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	H
	55	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
	44	H	H	H	Ph	Ph	H	H	H	H	H
	33	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H
	22	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H

➤ Voorbeeld van een dergelijke strategietabel (basic strategy)

Zoals te zien hangt de keuze van de speler af van de upcard van de dealer en de soort en waarde van de hand van de speler. De letters in de tabel staan voor de verschillende zetten; hit (H), stand (S), surrender (Sr), split (P) en double-down (D). Twee letters betekent dat wanneer de zet van de eerste letter niet is toegestaan de speler de zet van de tweede letter uitvoert. Ph betekent dat de speler alleen split wanneer doubelen na splitten toegestaan is, anders hit de speler. Welke van de drie tabellen uitgelezen moet worden hangt af van de soort hand die de speler heeft (soft, hard of pair).

Met een dergelijke tabel kunnen dus de handelingen van de speler ook 'voorspeld' worden. Aangezien nu alle handelingen in een spel 'voorspelbaar' zijn kan een programma deze simuleren.

De code voor het Python programma dat we hebben gemaakt is te vinden in bijlage 4. Dit programma neemt een strategietabel en een paar andere variabelen zoals de regels en de hoeveelheid spellen die gesimuleerd moeten worden en resulteert het verlies/winst na de gespeelde hoeveelheid spellen naast wat andere statistieken. Hiermee kan uiteraard het gemiddelde verlies/winst per spel berekend worden. Hoe hoger dit getal, hoe beter de strategie. Het programma draait op een zeer snelle server in de cloud en kan aangestuurd worden door middel van een online Google Sheets bestand dat te vinden is onder deze link:

[docs.google.com/spreadsheets/d/1zCfyLHZcsNUsRgomzYJYWAR\\_7naw\\_TvAYsojcZoraoA](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1zCfyLHZcsNUsRgomzYJYWAR_7naw_TvAYsojcZoraoA)

Instellingen	
Surrender toestaan	<input checked="" type="checkbox"/>
Double-down toestaan	<input checked="" type="checkbox"/>
Double-down na splitten toestaan	<input checked="" type="checkbox"/>
Dealer hit een soft 17	<input checked="" type="checkbox"/>
Maximale hoeveelheid handen na split (tussen 2 en 4)	4
Hoeveelheid decks (tussen 1 en 8)	6
Shuffle percentage (%)	75
Inzet (€)	1
Hands	2000000
Shuffle na elke hand	<input type="checkbox"/>


  

Resultaat	
Simulatietijd (totale simulatietijd)	30 seconden
Simulatiesnelheid (hands per seconde)	66925
Normale wins	619873
Normale pushes	139111
Normale losses	789585
Wins na doubelen	120867
Pushes na doubelen	15939
Losses na doubelen	113954
Blackjacks	90500
Surrenders	161443
Splits	51272
Totaal (hands + extra hands ontstaan door splitten)	2102544
Balans (€)	-100857,5

Uitkomst van één hand (in €)		Aantal keer voorgekomen
-1		748933
1		593976
0,5		161443
0		155041
-2		119449
2		118711
1,5		90500
3		4449
-3		4527
4		1365
-4		1201
5		180
-5		164
6		30
-6		26
7		4
-7		1
8		0
-8		0
Totaal		2000000



**Blackjack Simulator**

Start knop:

Status: --

Kansrekenen	
Gemiddelde resultaat (balans / hands)	0,05042875
(x-p)*2*aantal keer voorgekomen	675302
	655393
	32630
	394
	454005
	499092
	217547
	41398
	39385
	22394
	18735
	4591
	4018
	1098
	920
	199
	48
	0
	0
	0
Standaarddeviatie	1,154805099
95% van de resultaten van de gespeelde hands ligt tussen	2,314 en 2,213

Strategie		
Hard	Dealer upcard	
	2	S
	3	S
	4	S
	5	S
	6	S
	7	S
	8	S
	9	S
	10	S
	11	S
Soft	Dealer upcard	
	2	S
	3	S
	4	S
	5	S
	6	S
	7	S
	8	S
	9	S
	10	S
	11	S
Pair	Dealer upcard	
	2	P
	3	P
	4	P
	5	P
	6	P
	7	P
	8	P
	9	P
	10	P
	11	P

➤ Schermafdruck van het simulatieprogramma in Google Sheets.

In dit bestand kan onder het kopje 'Instellingen' het een en ander aangepast worden. Toelichting bij elke instelling:

- Surrender toestaan: sta toe dat de speler kan surrenderen. In de meeste casino's is deze zet toegestaan en daarom zullen we hem aan laten staan voor al de simulaties. De gebruikte versie is de 'late surrender', een uitleg hiervoor is te vinden onder het kopje 'Verschillen tussen casino's'.
- Double-down toestaan: sta toe dat de speler kan de zet double-down kan doen. Bij vrijwel alle casino's is dit zo.
- Double-down na splitten toestaan: sta toe dat de speler de zet double-down kan doen nadat deze heeft gesplit. Met deze regel willen casino's voorkomen dat spelers op goede hands double-downen, maar het is normaal gesproken wel aan.
- Dealer hit een soft 17: als de dealer een soft 17 hand heeft hit deze, ook al stand de dealer normaal gesproken met een waarde van 17 en hoger.
- Maximale hoeveelheid handen na split: maximale aantal handen die de speler mag hebben door splitten. 2 betekent dat de speler maar één keer mag splitten, 3 twee keer splitten en 4 drie keer splitten.
- Hoeveelheid decks: de hoeveelheid decks waarmee gespeeld wordt.
- Shuffle percentage: het percentage van kaarten uit het deck die gespeeld moeten zijn voordat het deck opnieuw geschud wordt.
- Inzet: niet aanpasbaar. De inzet die de speler inlegt in het begin van een spel.
- Hands: de hoeveelheid hands (oftewel spellen) die gesimuleerd moeten worden. Met waardes tussen 500.000 en 2.000.000 werkt het programma het snelst. Bij waardes van rond de 5 miljoen halveert de simulatie snelheid, door de te grote hoeveelheid resultaten die het programma bij moet houden.
- Shuffle na elke hand: shuffle het deck na elke hand. Dit vertraagt het programma, want elke keer dat een hand gespeeld moet worden, moet een nieuw deck willekeurig geshuffled worden, wat relatief veel rekenkracht kost.

Onder de kop 'Strategie' kan de gebruikte strategie van de speler aangepast worden. Elke letter kan veranderd worden naar een andere waardoor de strategie van de speler natuurlijk verandert. Een legenda geeft de betekenis van alle letters aan. Een stuk rechts van dit blok is een kopie van de basic strategy te vinden ter vergelijking.

Ten slotte kan de simulatie gestart worden door op de startknop te drukken. Onder de startknop is de status van de simulatie te vinden, in de vorm van de voortgang in percentage.

## **Interpreteren van resultaten**

Na het simuleren, wat zo'n 30 seconden duurt met 2 miljoen hands, worden de resultaten automatisch naar het Google Sheets bestand gekopieerd. Onder de koppen 'Resultaten' en 'Kansrekening' kunnen deze gevonden worden. De meeste resultaten spreken voor zichzelf, maar sommigen vereisen toelichting.



De ‘balans’ statistiek staat voor de hoeveelheid geld die de speler heeft ten opzichte van het beginkapitaal na het spelen van de aangegeven hoeveelheid hands met een inzet van 1€. Onder de resultaten staat een blok waar staat hoe vaak een resultaat van een hand is voorgekomen. Hier staan alle mogelijke uitkomsten die er zijn van één hand en hoe vaak deze voorkomt. Het resultaat ‘8’ ontstaat bijvoorbeeld als de speler 3 keer split en dus 4 handen heeft, double-downed op al deze handen en deze allemaal wint.

Met die gegevens en het gemiddelde resultaat (de balans / de gespeelde hoeveelheid spellen) kan de standaarddeviatie berekend worden. De standaarddeviatie zegt iets over hoe groot de kans is dat het resultaat van een hand binnen een bepaald gebied rond het gemiddelde resultaat ligt. De algemene formule van de standaarddeviatie luidt als volgt:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{n}}$$

Voor het geval van ons programma is de algemene formule dus als volgt:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(1-\mu)^2 + n_{-1}(-1-\mu)^2 + n_2(2-\mu)^2 + n_{-0,5}(-0,5-\mu)^2 + n_0(0-\mu)^2 + \dots}{\text{totaal aantal hands}}}$$

Of iets wiskundiger, waarin  $n_x$  de keren dat  $x$  voorgekomen is is:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(n_x(x-\mu)^2)}{\text{totaal aantal hands}}}$$

Onderaan het kopje ‘Kansrekenen’ staat de standaarddeviatie standaard uitgerekend na een simulatie met deze formule. Daaronder staat het waardegebied van 95% van de resultaten van een hand. De algemene formule van het 95% waardegebied luidt als volgt:

$$(\mu - 1,96 \times \sigma) \leq x_{95\%} \leq (\mu + 1,96 \times \sigma)$$

Deze waarde wordt ook na elke simulatie automatisch berekend. Dit getal wil eigenlijk zeggen dat als de speler één spel speelt, het resultaat met 95% zekerheid tussen de twee waarden in ligt. Met dit gegeven doen we verder niets.

Ten slotte wordt de house edge berekend door het gemiddelde resultaat met honderd te vermenigvuldigen, zodat het in procenten is. Dit is het gegeven dat belangrijk is voor ons onderzoek

## Werking van het programma

Zoals vermeld is de broncode van het Python programma te vinden in bijlage 4. In het bestand staan aantekeningen over wat alle onderdelen ervan doen. Een poging is gedaan de uitleg in het bestand bevattelijk te maken voor mensen die niet bekend zijn met Python. Hieronder een link naar de broncode:

[gist.github.com/LukasDice/eo8d66365fc1fbc5eac44ab1db930590](https://gist.github.com/LukasDice/eo8d66365fc1fbc5eac44ab1db930590)



# Resultaten

Na het maken van het Excel bestand en het Python programma hebben we deze eindelijk aan het werk gezet.

## Resultaat Excel

De onderstaande strategie die door ons is bepaald is berekend met de 'goede gok' versie van het Excel bestand en is dus niet perfect. Echter zoals de naam al aangeeft is het wel bijna hetzelfde als wat het volledige bestand zou berekenen. De strategie is bijna gelijk aan de basic strategy en heeft maar een paar aanpassingen gevonden. Deze strategie geldt voor het begin van een spel met 6 decks.

Hard		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	19	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	18	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	Srs
	16	S	S	S	S	S	H	H	Srh	Srh	Srh
	15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
	14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
	13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
	12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
	11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H
	10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
	9	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
7	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	

Soft		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S
	11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
	11+6	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+4	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+3	H	H	H	H	Dh	H	H	H	H	H
	11+2	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

Pair		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	AA	P	P	P	P	P	P	P	P	H	H
	1010	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	99	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
	88	P	P	P	P	P	P	P	P	P	Srh
	77	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
	66	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H
	55	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
	44	H	H	H	H	P	H	H	H	H	H
	33	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
	22	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

➤ Resultaat Excel bestand 'Goede gok'

Helaas duurde het berekenen van de Basic Strategy met het normale Excel bestand te lang. Een laptop heeft deze een maand lang geprobeerd uit te rekenen, maar is niet ver gekomen. Tot op de dag van vandaag is het programma nog niet klaar en het berekenen is dus praktisch niet haalbaar. De goede gok geeft echter een goede indicatie van de aanpassingen aan de basic strategy die gedaan moeten worden. Er zullen dus een aantal fouten in het resultaat zitten. Alle aanpassingen zullen los getest worden in het Python programma en dus worden de foute aanpassingen (die een negatieve invloed hebben) eruit gefilterd.

## Resultaat Python optimale strategie

Het resultaat van het Python programma bij de basic strategy en bij de strategie hierboven die berekend is met het Excel 'goede gok' bestand. Bij deze simulaties zijn de volgende instellingen gebruikt: surrender toegestaan, double-down toegestaan, double-down na splitten toegestaan, dealer hit een soft 17, maximaal 4 handen na split, 6 decks en iedere keer 4 miljoen hands. De gegevens staan in losse tabellen, maar mogen gelezen worden alsof ze naast elkaar staan. In de 2e tabel op de volgende pagina zijn de resultaten bij de basic strategy herhaald zodat het verschil makkelijker te zien is. De titel van de kolom duidt op de aanpassing die gedaan wordt ten opzichte van de basic strategy. Na vs (versus) staat de upcard van de dealer. 'Pair azen vs 10 = H' betekent dus bijvoorbeeld dat de cel bij Pair AA en een dealer upcard van 10 'H' moet zijn i.p.v. wat er in de basic strategy staat. Met 'Trappetje Dh' wordt de herkenbare neerwaartse trap van 'Dh' cellen in het midden van de soft strategie bedoeld.

Tabel 1.1	House edge (lager is beter)				
	Basic Strategy	Trappetje Dh	Pair azen vs 10 = H	Pair azen vs 11 = H	Pair azen vs 9 = H
1.	0,3561500%	0,3494250%	0,3673500%	0,3903750%	0,3300250%
2.	0,4189750%	0,3089625%	0,4162500%	0,3557750%	0,3870500%
3.	0,3318750%	0,3414125%	0,4310875%	0,4472000%	0,3923125%
4.	0,3722750%	0,3648750%	0,3303500%	0,4093250%	0,3623875%
5.	0,3740375%	0,3089625%	0,4175375%	0,4203500%	0,2838000%
6.	0,3926875%	0,3138500%	0,3890875%	0,4153375%	0,3823000%
7.	0,3487625%	0,3485500%	0,4371625%	0,3329250%	0,3379875%
8.	0,3723500%	0,3430800%	0,4359250%	0,3798875%	0,3645375%
<b>Gem.</b>	0,3708891%	0,3348897%	0,4030938%	0,3938969%	0,3550500%
<b>Verskil met BS</b>	-	-0,035999%	+0,032205%	+0,023008%	-0,015839%

De tweede tabel staat op de volgende bladzijde

<i>Tabel 1.2</i>	<b>House edge (lager is beter)</b>				
	<b>Basic Strategy</b>	<b>Hard 15 vs 10 of 11 = H</b>	<b>Hard 11 vs 11 = H</b>	<b>Pair 4 vs 5 = H</b>	<b>Pair 8 vs 11 = Srh</b>
1.	0,3561500%	0,3177500%	0,4702125%	0,3515375%	0,4275875%
2.	0,4189750%	0,3632875%	0,4532625%	0,3140250%	0,4027500%
3.	0,3318750%	0,3017250%	0,4195500%	0,3586125%	0,3932750%
4.	0,3722750%	0,3920750%	0,3653125%	0,3376500%	0,4054875%
5.	0,3740375%	0,3105000%	0,4294625%	0,3996500%	0,4119500%
6.	0,3926875%	0,3493375%	0,3637000%	0,3108375%	0,4695875%
7.	0,3487625%	0,3920000%	0,3568250%	0,3406250%	0,3395625%
8.	0,3723500%	0,3150250%	0,4540000%	0,3678500%	0,4124375%
<b>Gem.</b>	0,3708891%	0,3427125%	0,4140406%	0,3475984%	0,4078297%
<b>Vershil met BS</b>	-	-0,028177%	+0,043152%	-0,023291%	+0,036941%

Hieruit kan geconcludeerd worden dat de volgende aanpassingen ten goede komen voor de speler. De aanpassingen zijn genummerd voor later.

<i>Tabel 1.3</i>		<b>House edge t.o.v. de basic strategy</b>
1.	Trappetje Dh	-0,035999%
2.	Pair azen vs 9 = H	-0,015839%
3.	Hard 15 vs 10 of 11 = H	-0,028177%
4.	Pair 4 vs 5 = H	-0,023291%

Vervolgens hebben we deze aanpassingen toegepast en getest met alle vier aanpassingen. Onder de tabel staat een verklaring voor de meerdere kolommen.

Tabel 1.4	House edge (lager is beter)			
	1, 2, 3 en 4	1, 3 en 4	1 en 3	1 en 4
1.	0,3221750%	0,3607875%	0,4311375%	0,3876250
2.	0,3941375%	0,3885750%	0,2994125%	0,2866500
3.	0,3873375%	0,3401250%	0,4332875%	0,2874125
4.	0,3376875%	0,3371500%	0,4751000%	0,4266750
5.	0,4434375%	0,3174500%	0,3562750%	0,4164750
6.	0,4194875%	0,2821625%	0,3553750%	0,3829000
7.	0,3858964%	0,4073750%	0,4187125%	0,3531375
8.	0,3846125%	0,3261625%	0,4029500%	0,4418875
9.	0,3593875%	0,2846750%	0,3918375%	0,3599875
10.	0,3530250%	0,3996625%	0,3444875%	0,2413625
11.	0,2993000%	0,3621375%	0,3867500%	0,3620250
12.	0,3887125%	0,3147500%	0,3966750%	0,4318375
<b>Gem.</b>	0,3729330%	0,3434177%	0,3910000%	0,3648313%

Zoals te zien hebben we meer tests gedaan dan origineel bedoeld. De house edge bij alle 4 aanpassingen toegepast is namelijk bijna gelijk aan de house edge bij de basic strategy. Vervolgens hebben we hetzelfde getest, maar zonder pair azen vs 9 = H (aanpassing 2). Hierbij kwam het resultaat wel 'significant' onder de house edge bij basic strategy. Vervolgens hebben we nog getest met het verwijderen van andere aanpassingen om te kijken of andere verwijderingen nog positieve effecten hebben. Al deze resultaten staan in de bovenstaande tabel.

## Resultaat Python optimale regels

Zoals vaak vermeld zijn er veel verschillende regels binnen blackjack. Met het Python programma kan ook de invloed op de house edge van deze regels getest worden. Door alle andere variabelen en de strategie niet te veranderen kan de invloed op de house edge berekend worden. We hebben de simulator achtmaal 4 miljoen simulaties laten doen om willekeur te elimineren. Overall is de traditionele basic strategy gebruikt. De regels bij de 'Standaard' kolom zijn: surrender toegestaan, doubleren toegestaan, double na split toegestaan, dealer hits soft 17, max 4 handen na split, shuffle percentage 75% en 4 miljoen hands. Het aantal decks is 6, de meest voorkomende hoeveelheid in casino's.

Tabel 2.1	House edge (lager is beter)				
	Standaard	Dealer stand soft 17	Double-down na splitten uit	Maximaal één split	Surrender nooit toegestaan
1.	0,387138%	0,278163%	0,598013%	0,410813%	0,4469750%
2.	0,360663%	0,262500%	0,533650%	0,498963%	0,4698875%
3.	0,390538%	0,262838%	0,516138%	0,442163%	0,4315000%
4.	0,365750%	0,297850%	0,511163%	0,392188%	0,4113625%
5.	0,382500%	0,215650%	0,568525%	0,402538%	0,5271000%
6.	0,382288%	0,246350%	0,47993%	0,394450%	0,5603375%
7.	0,339938%	0,194350%	0,532113%	0,360113%	0,5451000%
8.	0,354263%	0,253200%	0,527200%	0,461550%	0,5003250%
<b>Gem.</b>	0,370385%	0,251100%	0,5333415%	0,420347%	0,4865734%
<b>Verskil met Std.</b>	-	-0,119285%	+0,162956%	+0,049962%	+0,1161884%

Ook hebben we bij de standaardinstellingen getest in welke mate de hoeveelheid decks invloed heeft op de house edge. Ook hier geldt voor elke simulatie: surrender toegestaan, doubleren toegestaan, double na split toegestaan, dealer hits soft 17, max 4 handen na split, shuffle percentage 75% , 4 miljoen hands en de basic strategy.

Tabel 2.2	House edge (lager is beter)			
	2 decks	4 decks	6 decks	8 decks
1.	0,2424250%	0,3077250%	0,387138%	0,3937875%
2.	0,2798750%	0,3483500%	0,360663%	0,3659375%
3.	0,2040625%	0,3299000%	0,390538%	0,3524000%
4.	0,2483875%	0,3360625%	0,365750%	0,3510875%
5.	0,2396875%	0,2772500%	0,382500%	0,3560250%
6.	0,2568250%	0,2468500%	0,382288%	0,3550875%
7.	0,2072875%	0,2713000%	0,339938%	0,3659375%
8.	0,1962125%	0,3418875%	0,354263%	0,4382000%
<b>Gem.</b>	0,2343453%	0,3074156%	0,370385%	0,3723078%
<b>T.o.v. de linker</b>	-	+0,0730703%	+0,0629694%	+0,0019228%

## Verklaring voor variatie in resultaten

Zoals te zien in de resultaten verschillen de resultaten van eenzelfde test best aanzienlijk. Zo krijg resulteert de ene test in 0,420% en de ander in 0,310% in dezelfde test. Daarom hebben we iedere test minimaal acht keer gedraaid om de invloed van uiterste waarden te beperken. Toch maakt dit de resultaten uiteindelijk wat minder betrouwbaar.

Stel het ene resultaat bij 4 miljoen hands is 0,420% en het andere is 0,310%. Dit betekent dat de balans bij het eerste resultaat  $0,420 \times 4.000.000 / 100 = €16800$  en bij het tweede resultaat €12400. Het verschil tussen de twee balansen is dus maar €4400. Als je overweegt dat er 4 miljoen hands met een inzet van €1 speelt en dus €4.000.000 inzet speelt, is een verschil van €4400 niet heel groot. Dit is misschien een verklaring voor de schommelingen.

# Conclusie

## Optimale strategie

Het resultaat van het Excel bestand 'goede gok' biedt een resultaat dat erg op de basic strategy lijkt. Een aantal cellen zijn echter anders dan de basic strategy. Het resultaat van de 'goede gok' moet niet als feit genomen, omdat het resultaat, zoals de naam suggereert, niet precies is. De verschillen tussen de basic strategy en het Excel resultaat zouden dus gezien kunnen worden als aanpassing van de basic strategy die de house edge verlaagt.

Elk van deze aanpassingen is los getest in het Python programma. Hierin bleken een aantal aanpassingen slecht te zijn voor de house edge en zijn dus verworpen (tabel 1.1 en 1.2). Daarna zijn alle positieve aanpassingen samen getest in het Python programma. De resultaten van deze test waren echter niet zoals we die verwachtten; de house edge was vrijwel gelijk aan die bij de basic strategy (tabel 1.4). Vervolgens hebben we gevarieerd met welke aanpassingen we testen. Eerst waren er vier aanpassingen (tabel 1.3), waarvan aanpassing 2 slecht blijkt te zijn. Na het verwijderen hiervan kwam de house edge op een iets lagere waarde uit dan de house edge bij de basic strategy.

De conclusie is dat aanpassing 1, 3 en 4 gedaan moeten worden aan de basic strategy. Dit zijn de aanpassingen:

1. 'Trappetje Dh': een aantal cellen in de soft strategie moeten verwisseld worden van 'Dh' naar 'H' of andersom.

Soft		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S
	11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
	11+6	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+4	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+3	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+2	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H

Soft		Dealer upcard									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Player's hand	11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S
	11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
	11+6	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+4	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H
	11+3	H	H	H	H	Dh	H	H	H	H	H
	11+2	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

2. De cellen bij hard 15 tegen een dealer upcard van 10 én 11 moeten een 'H' worden i.p.v. 'Srh'
3. De cel bij een pair van 4 tegen een dealer upcard van 5 moet 'H' worden i.p.v. 'Ph'



De resulterende strategie ziet er dus als volgt uit:

Hard	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
19	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
18	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	Srs	
16	S	S	S	S	S	H	H	Srh	Srh	Srh	
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H	
11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	
10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	
9	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
7	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	

Soft	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S	
11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H	
11+6	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+4	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+3	H	H	H	H	Dh	H	H	H	H	H	
11+2	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	

Pair	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
AA	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
1010	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
99	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S	
88	P	P	P	P	P	P	P	P	Srp	Srp	
77	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
66	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	H	
55	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	
44	H	H	H	H	Ph	H	H	H	H	H	
33	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	
22	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	

➤ Onze resulterende strategie

Hier is nogmaals de basic strategy ter vergelijking:

Hard	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
19	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
18	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	Srs	
16	S	S	S	S	S	H	H	Srh	Srh	Srh	
15	S	S	S	S	S	H	H	H	Srh	Srh	
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H	
11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	
10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	
9	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
7	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	

Soft	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
11+9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
11+8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S	
11+7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H	
11+6	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+4	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+3	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H	
11+2	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H	

Pair	Dealer upcard										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
AA	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
1010	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
99	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S	
88	P	P	P	P	P	P	P	P	Srp	Srp	
77	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
66	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	H	
55	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	
44	H	H	H	H	Ph	H	H	H	H	H	
33	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	
22	Ph	Ph	P	P	P	P	H	H	H	H	

➤ Basic Strategy

Bij onze strategie is de house edge zo'n 0,0295153% lager dan bij basic strategy en bedraagt 0,3434177%. De basic strategy is dus verbeterd, maar niet in grote mate. De optimale strategie om blackjack mee te spelen is volgens ons onderzoek dus de bovenstaande en ermee zal je voor iedere euro gemiddeld 0,00343177 euro verliezen.



## Optimale regels

De huisregels die volgens dit werkstuk optimaal zijn vallen uit te lezen uit de tabellen 2.1 en 2.2.

	<b>Invloed op house edge t.o.v. standaardinstellingen</b>
Dealer stand op soft 17 i.p.v. hit	-0,119285%
Double-down na splitten mag niet i.p.v. wel	+0,162956%
Maximaal 1x splitten i.p.v. 3x	+0,049962%
Surrender niet toegestaan i.p.v. wel	+0,1161884%

Het is dus het best om bij een blackjack tafel te spelen waar: de dealer stand op soft 17, je mag doubelen na splitten, je meerdere keren mag splitten en waar je mag surrenderen.

Ook blijkt uit onze resultaten dat de house edge groeit naarmate de hoeveelheid decks waarmee gespeeld wordt groeit. Het is dus voordelig om bij een tafel aan te schuiven waar zo min mogelijk decks worden gebruikt. Echter hebben tafels met minder decks vaak slechtere regels, zoals een blackjack uitbetaling van 6:5 i.p.v. de standaard 2:1.

## Mogelijkheden voor vervolgonderzoek

Een onderdeel van blackjack dat we niet onderzocht hebben is het fenomeen 'card counting'. Hierbij telt de speler welke kaarten er in het spel voorbij komen en weet dus welke kaarten uit het deck zijn en welke er nog in zitten. Op basis van deze informatie kan de speler zijn strategie dynamisch aanpassen. Als er bijvoorbeeld meerdere azen uit het spel zijn, zal de speler bij een harde 10 minder snel double-downen, omdat zijn kans op een 21 dan lager is. Ook kan de begin inzet gevarieerd worden op basis van de kans op een blackjack. Een dergelijk counting systeem kan met niet al te veel moeite geïmplementeerd worden in het Python programma. Vervolgens kan dan gekeken worden in hoeverre de variatie in de inzet op basis van de kaarten de house edge omlaag trekt of misschien zelfs negatief maakt. Echter worden tegenwoordig in casino's vaak CSM's (continuous shuffling machines) gebruikt. Deze houden het deck altijd geschud waardoor card counting volledig wordt tegengegaan.

Een ander onderdeel van blackjack dat we nauwelijks hebben besproken is 'side bets'. Dit zijn extra inzetten die de speler kan doen waarop deze geld ontvangt als het klopt. Een voorbeeld van een side bet is 'Perfect Pairs', waarbij de speler zijn inzet van de side bet vervijfvoudigt als de beginhand van de speler een pair is. Vooral online casino's bieden tegenwoordig deze side bets aan.

# Bijlagen

## Bijlage 1

Logboek. Bijgeleverd op de USB-stick als pdf en wordt uitgeprint.

## Bijlage 2a

Excel-bestand met de perfecte kansrekening en simuleren. Meegeleverd op de USB-stick of te downloaden via de volgende link:

[https://drive.google.com/file/d/1B9oh3QrJG9TUp\\_9SAyUAcxt8L7HXbSr/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1B9oh3QrJG9TUp_9SAyUAcxt8L7HXbSr/view?usp=sharing)

## Bijlage 2b

Excel-bestand 'de goede gok'. Meegeleverd op de USB-stick of te downloaden via de volgende link:

<https://drive.google.com/file/d/1EmxXHBzzn18qwHuJnx2IHClp9rpUyrdx/view?usp=sharing>

## Bijlage 3

Google Sheets bestand dat dient als een interface voor het Python simulatie script. Alleen online beschikbaar via deze link:

[docs.google.com/spreadsheets/d/1zCfyLHZcsNUsRgomzYYWAr\\_7naw\\_TvAYsojcZoraoA](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1zCfyLHZcsNUsRgomzYYWAr_7naw_TvAYsojcZoraoA)

## Bijlage 4

Python script dat achter de interface zit en wordt gedraaid op een server. Wordt bijgevoegd als pdf op de USB-stick en wordt uitgeprint, maar het is aan te raden de online versie te bekijken via deze link:

[gist.github.com/LukasDice/eo8d66365fc1fbc5eac44ab1db930590](https://gist.github.com/LukasDice/eo8d66365fc1fbc5eac44ab1db930590)

# Bronvermelding

1. Wintle, Adam (2010). *History of Blackjack*. Op 11 februari 2010, <http://www.wopc.co.uk/history/blackjack/blackjack>
2. Ofton, Loudon (n.d.) *The History of Blackjack and Card Counting*. <https://www.blackjackapprenticeship.com/the-history-of-blackjack-and-card-counting/>
3. Shackleford, Michael (2018). *House Edge of casino games compared*. Op 13 december 2018, <https://wizardofodds.com/gambling/house-edge/>
4. *The Rules Behind Splitting Aces*. (n.d.) <https://www.blackjackonline.net/guide/the-rules-behind-splitting-aces/>
5. Shackleford, Michael (2018). *Early or Late Surrender*. Op 2 september 2018, <https://wizardofodds.com/games/blackjack/appendix/6/>
6. Shackleford, Michael. *4-Deck to 8-Deck Blackjack Strategy* <https://wizardofodds.com/games/blackjack/strategy/4-decks/>
7. Griffin, Peter A. (1981). *Theory of blackjack*.

# Zelfreflectie

## Paco

Ik vond dat de samenwerking tussen ons goed ging. We hebben gewoon hard gewerkt en uiteindelijk waren we allebei klaar met ons eigen werk op het moment dat we hadden afgesproken. We hebben wekenlang elke maandag en vrijdag afgesproken zodat we wisten waar de ander op dat moment precies mee bezig was. Tijdens deze uren was het ook makkelijk om elkaar snel een vraag te stellen zodat ik met zijn hulp de problemen van mijn Excel-bestand snel kon oplossen.

We hadden meer dan genoeg tijd ingepland voor het profielwerkstuk waardoor we ook veel tijd hadden om tegenvallers op te vangen. Ik heb hierdoor nooit echt in de stress gezeten zelfs wanneer er een grote fout in het Excel-bestand bleek te zitten. Als wij die tegenvallers kregen dan losten we die buiten school of tijdens tussenuren op. Tijdens de afgesproken kwt-uren konden we daardoor gewoon verder met waar we waren voor de tegenvaller.

Wat diepgang betreft heb ik niet echt nieuwe stukken wiskunde geleerd. De principes van de kansrekening had ik in klas 5 al bij wiskunde gehad. Qua nieuwe kennis heb ik vooral veel geleerd over de spelregels van blackjack zelf. Ik heb de principes van de kansrekening heb wel op een veel grotere schaal toegepast en zo veel geleerd over het gebruik van Excel. Ik wist voor dit profielwerkstuk bijvoorbeeld niet eens dat je zelf macro's kon schrijven in excel en nu kan ik dat zelf.

## Lukas

Volgens mij ging de samenwerking uitstekend. We hadden altijd duidelijke afspraken over wie wat op welk moment deed en die werden ook nagestreefd. We spraken ieder kwt-uur op maandag en vrijdag af om samen te werken maar ook vooral om te kijken hoe ver de ander is en wat er nog gedaan moet worden. Allebei hadden we een duidelijke taak; Paco maakte het Excel bestand dat universele strategieën en strategieën voor in specifieke situaties kan maken en ik programmeerde het Python programma dat deze strategieën test. We hadden beiden altijd wel wat te doen.

Het plannen ging naar mijn mening ook goed, maar misschien een beetje minder. We hebben beiden veel tijd besteed aan onze programma's, omdat deze veel tijd roofden. Onverwachte extra regels van het spel en uitzonderingen namen veel tijd in beslag. Het duurde bijvoorbeeld best lang voordat mijn programma echt 'klopte' met werkelijk blackjack. Paco's Excel bestand nam vooral veel tijd beslag in het uitrekenen zelf. Het uitrekenen van de optimale strategie met het hele Excel

bestand is uiteindelijk niet gelukt, maar de 'goede gok' wel. Ook waren we naar mijn mening een beetje laat begonnen met het verslagleggen.

Qua diepgang denk ik dat we het best goed hebben gedaan. We hebben beiden veel geleerd in kritisch denken en kansrekenen. Ik heb vooral geleerd door het programmeren. Vantevoren had ik namelijk vrijwel nul kennis van programmeren in welke vorm dan ook en heb mezelf in de loop van het profielwerkstuk Python aangeleerd. Uiteindelijk heb ik een best aanzienlijk script weten te bouwen door op de basis van een andere blackjack simulator te bouwen en deze uiteindelijk te overtreffen en te vervangen door eigen code.