


YouTube KIJKTIP:

OVER DE ROL VAN π

Het getal π heeft zijn oorsprong in de meetkunde, waar het werd gedefinieerd als de verhouding tussen de diameter van een cirkel en de omtrek van die cirkel. Maar datzelfde getal π komt veel vaker voor, zowel in de meetkunde als binnen niet meetkundige onderwerpen van de wiskunde.

door
Ton Smeets

Misschien heb je je wel eens verbaasd over het feit dat het getal π ook voorkomt in andere formules dan de omtrek en oppervlakte van een cirkel, de inhoud van een bol of het oppervlak van een bol. En waarom is het dan telkens π , en niet bijvoorbeeld π^2 ? Welnu, ook π^2 komt voor in wiskundige formules, maar dan gaat het niet om meetkundige objecten.

In onze huidige kijktip presenteren we het filmpje "*But why is a sphere's surface area four times its shadow?*"; de URL is www.youtube.com/watch?v=GncFjFmqEc8. De verhouding tussen de oppervlakte van een bol en de oppervlakte van een cirkel blijkt vier te zijn. Nu is 4 een geheel getal, maar in het algemeen blijken dergelijke verhoudingen in de meetkunde een breuk te zijn. Zo is de inhoud van een bol gelijk aan $1/3$ maal de straal van de bol maal zijn oppervlakte,

$$\text{inhoud bol} = 1/3 \times r \times \text{oppervlakte bol.}$$

In het boekje "*Pi*" van Frits Beukers, Epsilon uitgaven, Zebra reeks deel 6, vinden we soortgelijke bevindingen. Op pagina's 21 en 22 staat daar heel leuk beschreven hoe Leonardo da Vinci meer dan vijfhonderd jaar geleden een soortgelijk beeld schiep om de verhouding tussen de oppervlakte van een cirkel en zijn omtrek te bepalen.

Dat π ook voorkomt als kwadraat in formules, die in eerste instantie geen

relatie met meetkunde lijken te hebben, toont de formule van Leonhard Euler aan:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Dit voorbeeld wordt beschreven in het boekje "*Experimenteren met rijen*" van Henk Pfaltzgraff, Epsilon uitgaven, Zebra reeks deel 32. Nemen we het omgekeerde van $\pi^2/6$, $6/\pi^2$, dan krijgen we de kans dat twee willekeurige gehele getallen, x en y , geen gemeenschappelijke deler hebben. Met andere woorden $\text{ggd}(x,y) = 1$, treedt in $6/\pi^2 \times 100$ procent van de gevallen voor x en y op, waarbij $\text{ggd}(x,y)$ staat voor de grootste gemene deler van x en y .

Overigens heeft men in de Google Cloud in maart 2022 het getal π uitgerekend in 100 biljoen decimale cijfers. Dat is 100.000.000.000.000 cijfers! *Don't try this at home!* Om dit getal alleen al weer te geven als binair getal in je computer heb je ongeveer 37,7 terabyte aan geheugen nodig en dan hebben we het nog niet over de omzetting naar de decimale schrijfwijze. Over de printkosten om de uitkomst uit te printen durf ik het zelfs niet te hebben.

Over het nut om π tot op zoveel decimalen uit te rekenen, valt te twisten, al is het wel een goede manier om computers te testen. Wiskundigen gaan gewoon graag dergelijke uitdagingen aan, zonder zich daarbij het nut ervan af te vragen.